

Primitives & intégration

Une fiche de cours de Stéphane Pasquet - Mise à jour : 6 mai 2021

(<https://coursapasquet.fr>)

(<https://mathweb.fr>)

Primitives

Fonction usuelle	Ses primitives	
$x \mapsto 1$	$x \mapsto x + k$	$k \in \mathbb{R}$
$x \mapsto x^n$ avec $x \in \mathbb{R}$ si $n \in \mathbb{N}^*$ et $x \neq 0$ si $-n \in \mathbb{N}$	$x \mapsto \frac{x^{n+1}}{n+1} + k$	$k \in \mathbb{R}$
$x \mapsto \frac{1}{x}$ avec $x > 0$	$x \mapsto \ln x + k$	$k \in \mathbb{R}$
$x \mapsto \frac{1}{x^2}$ avec $x \neq 0$	$x \mapsto -\frac{1}{x} + k$	$k \in \mathbb{R}$
$x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$ avec $x > 0$	$x \mapsto 2\sqrt{x} + k$	$k \in \mathbb{R}$
$x \mapsto e^x$	$x \mapsto e^x + k$	$k \in \mathbb{R}$
$x \mapsto \sin x$	$x \mapsto -\cos x + k$	$k \in \mathbb{R}$
$x \mapsto \cos x$	$x \mapsto \sin x + k$	$k \in \mathbb{R}$
$u'u^n$	$\frac{u^{n+1}}{n+1}$	$n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u}$	$u > 0$ sur I .
$\frac{u'}{u}$	$\ln u$	$u > 0$ sur I .
$u'e^u$	e^u	
$x \mapsto f(ax+b)$ $a \neq 0$	$x \mapsto \frac{1}{a}F(ax+b)$	F primitive de u sur I .

Intégration

Relation de Chasles

$$\int_a^b f(x) \, dx = \int_a^c f(x) \, dx + \int_c^b f(x) \, dx$$

Linéarité

$$\int_a^b (\lambda f(x) + \mu g(x)) \, dx = \lambda \int_a^b f(x) \, dx + \mu \int_a^b g(x) \, dx$$

Positivité de l'intégrale

$$\text{Pour tout } x \text{ sur } [a; b], f(x) \geq 0 \iff \int_a^b f(x) \geq 0$$

Intégration des inégalités

$$\text{Pour tout } x \text{ sur } [a; b], f(x) \geq g(x) \iff \int_a^b f(x) \geq \int_a^b g(x) \, dx$$

Calcul d'une intégrale

$$\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a) = [F(x)]_a^b, \quad F \text{ primitive de } f$$

Intégration par parties

$$\int_a^b u'(x) \times v(x) \, dx = [(uv)(x)]_a^b - \int_a^b u(x) \times v'(x) \, dx$$

Valeur moyenne d'une fonction f sur $[a; b]$

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) \, dx$$